

Rhaglennu llinol amlamcan i ganfod y tîm Pokémon gorau

Geraint Ian Palmer

Yr Adran Mathemateg, Prifysgol Caerdydd

Cyflwynwyd: 14 Rhagfyr 2021; Derbyniwyd: 21 Mawrth 2022

Crynodeb: Mae'r erthygl hon yn rhoi enghraifft o gymhwyso technegau ymchwil weithredol trwy optimeiddio timau Pokémon. Fformiwleiddir y broblem fel problem rhaglennu llinol amlamcan, a chanfyddir y ffrynt Pareto trwy ddefnyddio'r feddalwedd PuLP yn Python. Cymherir datrysiadau optimaidd Pareto trwy efelychiad Monte Carlo o frwydrau Pokémon.

Allweddeiriau: rhaglennu llinol amlamcan, efelychu Monte Carlo, y ffrynt Pareto, Pokémon, ymchwil weithredol.

Multi-objective linear programming to find the best Pokémon team

Abstract: *This article gives an example of applying operational research techniques by optimising Pokémon teams. The problem is formulated as a multi-objective linear programming problem, and the Pareto front is found using the PuLP software in Python. The Pareto optimal solutions are compared using a Monte Carlo simulation of Pokémon battles.*

Key words: multi-objective linear programming, Pareto front, Monte Carlo simulation, Pokémon, operational research.

1 Cyflwyniad

Yn y papur hwn, defnyddir technegau ymchwil weithredol (*operational research*, *OR*) er mwyn dewis y tîm Pokémon gorau, yn ogystal â'i symudiadau, ar gyfer y gêm fideo *Pokémon Sword and Shield*.

Maes mathemategol yw ymchwil weithredol sy'n cymhwyso technegau a chysyniadau mathemategol er mwyn datrys problemau penderfynu a rheolaeth. Yn aml, adroddir bod y maes ymchwil weithredol wedi dechrau gydag ymdrechion gwyddonwyr a mathemategwyr Prydeinig yn ystod yr Ail Ryfel Byd wrth gymhwyso'r dull gwyddonol o arsylwi, arbrofi, a rhesymu i broblemau milwrol a sifil (Kirby a Capey 1998). Mae eraill, er enghraifft Thomas (2007), yn dadlau bod ymchwil weithredol wedi dechrau, o bosibl, gyda mathemategwyr yn darganfod technegau milwrol yn ystod y rhyfel. Serch hynny, tyfodd y ddisgyblaeth ar ôl y rhyfel gyda grwpiau ymchwil yn gweithio yn y diwydiant glo, haearn, nwy, a'r rheilffordd. Erbyn heddiw, mae'n faes ymchwil academaidd safonol yn ei hunan, gyda chyrff proffesiynol byd-eang megis *The Operational Research Society*¹ ym Mhrydain, *EURO*² yn Ewrop ac *INFORMS*³ yn rhyngwladol. Mae ymchwil yn y maes yn cynnwys cymwysiadau gwreiddiol o dechnegau sydd eisoes yn bodoli, yn ogystal â datblygiad theoretig o dechnegau newydd, ac ysgrifennu meddalwedd er mwyn defnyddio'r technegau hynny.

Mae diffinio ymchwil weithredol yn anodd gan ei bod yn ymbarél sy'n disgrifio sèt o dechnegau sy'n ddefnyddiol ar gyfer problemau rheolaeth, ond mae rhai technegau a meysydd mathemategol wedi dod yn boblogaidd ac yn safonol yn y maes. Er enghraifft, mae gwrslyfr poblogaidd Winston a Goldberg (2004) yn cynnwys y pynciau canlynol: rhaglennu llinol, theori graffiau, dulliau hewristig, theori gemau, modelau tebygolrwydd, cadwynau Markov, rhaglennu dynamig, theori ciwio ac efelychu. Mae'n arferol hefyd i gyfuno'r rhain â dulliau data fel ystadegaeth yn ogystal â dysgu peirianyddol.

Yn ddiweddar, mae technegau sy'n cael eu labelu fel technegau ymchwil weithrediadol yn cael eu cymhwyso i nifer o feysydd modern, a chyhoeddwyd nifer fawr o adolygiadau llenyddol sy'n rhoi trosolwg o ddefnydd y ddisgyblaeth yn y meysydd hyn. Mewn pedwar adolygiad a gyhoeddwyd yn 2021, gwelir yr ystod eang o dechnegau a chyd-destynau lle y cânt eu defnyddio. Yn Williams et al. (2021), mae'r awduron yn rhoi adolygiad diweddar o'r defnydd o dechnegau ymchwil weithredol ym maes gofal iechyd i'r henoed. Y technegau mwyaf poblogaidd i'w gweld yma yw technegau modelu tebygoliaethol megis modelu Markov, theori ciwio, ac efelychu, er mwyn gallu modelu'r haprwydd sy'n gynhenid i'r systemau hyn. Nod nifer o'r modelau yw deall gwasgariad y defnydd o welyau ac amseroedd aros, a thebygolrwydd gorlenwi ysbytai o dan senarios gwahanol. Rhoddir adolygiad diweddar o fodolau stocastig o broblemau traffig awyr yn Shone et al. (2021), lle y gwelir bod modelau ciwio yn gallu helpu i reoli'r defnydd o redfeydd gan awyrennau, a bod problemau optimeiddio stocastig (megis rhaglennu stocastig a phrosesau penderfynu Markov) yn cael eu defnyddio i amserlennu'r awyrennau. Mae'r awduron yn Coban et al. (2021) yn adolygu'r defnydd o dechnegau ymchwil weithrediadol er mwyn gwella

¹<https://www.theorsociety.com/>

²<https://www.euro-online.org>

³<https://www.informs.org/>

ffyrdd o baratoi ac ymateb pan geir daeargrynfeydd. Gwelir mai technegau optimeiddio, rhaglennu llinol a dulliau hewristig sydd yn cael eu defnyddio'n bennaf yn y cam paratoi er mwyn sicrhau bod adnoddau'n cael eu defnyddio yn effeithlon. Serch hynny, mae dulliau gwell o ddelio â haprwydd, megis efelychu a dysgu peirianyddol, yn fwy pobl-ogaidd yn y camau lleihau difrod er mwyn gwerthuso prosesau lliniaru a ddefnyddir mewn sefyllfaoedd ansicr, megis llifogydd. Dangosir yn Heidari et al. (2021) i dechnegau optimeiddio gael eu defnyddio fwyfwy dros y deng mlynedd ddiwethaf yn y diwydiant ffermio mewn systemau cynhyrchu cynydau a da byw. Mae'r cymwysiadau hyn yn cynnwys ceisio macsimeiddio elw a minimeiddio gwastraff egni, trwy newid newidynnau fel cymysgedd cynydau a rheoli'r defnydd o adnoddau.

Yn yr erthygl hon, caiff dwy dechneg allweddol eu defnyddio, sef rhaglennu llinol amlamcan ac efelychu Monte Carlo. Disgrifir y rhain mewn rhagor o fanylder yn adrannau 3 a 4. Yn adran 2, mae'r gosodiad a'r broblem Pokémon yn cael eu disgrifio. Yna, yn adran 5, mae'r broblem yn cael ei datrys drwy ddefnyddio'r technegau a ddisgrifwyd, ac mae trafodaeth yn adran 6 ynghylch dilysrwydd y modelau, a sut y gellir cymhwysu technegau ymchwil weithredol eraill i'r broblem.

2 Cefndir y Broblem

Er mwyn arddangos y defnydd o dechnegau ymchwil weithredol, dewisir y gêm gyfrifiadurol Pokémon, gan fod natur gyfuniadol (*combinatorial*) y broses o ddewis y timau a natur stocastig y brwydrau yn nodweddiadol o'r math o broblemau a ddatrysir fel arfer gan ddefnyddio'r technegau hyn. Yng ngemau fideo Pokémon, un o'r prif nodau yw rhoi timau Pokémon mewn brwydr yn erbyn ei gilydd. Mae tîm yn cynnwys chwech Pokémon, ac mae pob un ohonynt wedi dysgu pedwar symudiad gwahanol. Mae Ffigur 1 yn dangos siart llif o frwydr rhwng dau dîm o Pokémon. Ar gyfer y dadansoddiad yn y fan hon, anwybyddwn y ffaith y gall timau ddewis defnyddio eitem neu eilyddio ymosodwr, a chanolbwyntiwn ar ymosodiadau yn unig.

Mae Tabl 1 yn dangos yr holl wybodaeth briodol ar gyfer un Pokémon penodol, *Bulbasaur*, gyda phedwar symudiad.

Tabl 1: Enghraifft o'r holl wybodaeth sydd gan un Pokémon.

Pokémon		Symudiadau								
<i>Bulbasaur</i> (Grass, Poison)	HP: 45	SA: 65	<i>Giga Drain</i> (Grass)	Ar	<i>Sludge Bomb</i> (Poison)	Ar	<i>Razor Leaf</i> (Grass)	Ff	<i>Round</i> (Normal)	Ar
	Ak: 49	SD: 65		P: 75		P: 90		P: 55		P: 60
	Df: 49	Sp: 45		A: 100%		A: 100%		A: 95%		A: 100%

Gall Pokémon ddewis pedwar symudiad i'w dysgu, allan o sèt fawr o symudiadau posibl. Mae pob symudiad naill ai'n symudiad corfforol (*Ff*) neu'n symudiad arbennig (*Ar*). Ceir hefyd symudiadau statws, ond anwybyddir y rhain yma gan nad ydynt yn achosi niwed a'u bod, o ganlyniad, yn anodd i'w dadansoddi. Mae gan bob symudiad

nerth (P) sy'n cyfrannu at faint o niwed y mae'n ei achosi i'r gelyn, a chywirdeb (A), sef canran yr amser y bydd y symudiad yn gweithio.

Mae gan bob Pokémon chwe phriodwedd: mae HP yn penderfynu faint o bwyntiau iechyd fydd gan y Pokémon ar ddechrau'r frwydr; mae AK yn cyfrannu at faint o niwed y gall defnyddio symudiad corfforol ei wneud i'r gelyn; mae SA yn cyfrannu at faint o niwed y gall defnyddio symudiad arbennig ei wneud i'r gelyn; mae Df yn cyfrannu at faint o niwed y gall y gelyn ei wneud i'r Pokémon dan sylw wrth ddefnyddio symudiad corfforol; mae SD yn cyfrannu at faint o niwed y gall y gelyn ei wneud i'r Pokémon dan sylw wrth ddefnyddio symudiad arbennig; ac SP sy'n penderfynu a yw'r Pokémon hwn yn ymosod cyn neu ar ôl ei elyn. Os yw'r briodwedd AK yn fwy na'r briodwedd SA , ystyrir bod y Pokémon yn ymosodwr corfforol, ac ni ddylai ddysgu symudiadau arbennig. Os yw'r briodwedd SA yn fwy na'r briodwedd AK , yna ystyrir bod y Pokémon yn ymosodwr arbennig, ac ni ddylai ddysgu symudiadau corfforol.

Yn olaf, mae'r gêm yn categoreiddio symudiadau Pokémon i 18 math gwahanol, sef, o ddefnyddio'u henwau Saesneg:

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|------------------|
| 1. <i>Normal</i> | 6. <i>Ice</i> | 11. <i>Psychic</i> | 16. <i>Dark</i> |
| 2. <i>Fire</i> | 7. <i>Fighting</i> | 12. <i>Bug</i> | 17. <i>Steel</i> |
| 3. <i>Water</i> | 8. <i>Poison</i> | 13. <i>Rock</i> | 18. <i>Fairy</i> |
| 4. <i>Electric</i> | 9. <i>Ground</i> | 14. <i>Ghost</i> | |
| 5. <i>Grass</i> | 10. <i>Flying</i> | 15. <i>Dragon</i> | |

Bydd symudiad yn achosi gwahanol lefelau o niwed i Pokémon yn dibynnu ar y math o symudiad a'r math o Pokémon yn ôl y matrices effeithiau⁴ a ddangosir yn Hafaliad 1. Yma, E_{pm} yw'r ffracsiwn o'r niwed gwreiddiol y mae symudiad o fath m yn ei achosi i Pokémon o fath p . Er enghraifft, mae ymosodiad o'r math *Fire* (colofn 2) yn achosi dwywaith y niwed i Pokémon o fath *Grass* (rhes 5), tra ei fod yn achosi hanner y niwed i Pokémon o fath *Water* (rhes 3). Mae nifer o Pokémon yn rhai o fath deuol, er enghraifft mae *Bulbasaur* yn Nhabl 1 yn fath *Grass* ac yn fath *Poison*. Yn yr achosion hyn, cyfrifir y niwed trwy gymryd llooswm fesul elfen y rhes ar gyfer y math deuol. Felly bydd ymosodiad *Grass* yn achosi $\frac{1}{4}$ y niwed i *Bulbasaur*.

⁴https://bulbapedia.bulbagarden.net/wiki/Type#Type_chart

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1/2 & 2 & 1 & 1/2 & 1/2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1/2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/2 & 2 & 2 & 1/2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1/2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1 \\ 1 & 2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 2 & 1 & 2 & 1/2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1/2 & 1/2 & 1 & 1 & 1/2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1 & 1/2 & 1/2 & 2 & 1 & 2 & 1/2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1/2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1/2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1/2 & 2 & 1/2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1/2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1/2 & 1 & 1/2 & 1 & 1/2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1/2 & 2 & 1/2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1/2 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1/2 & 1 & 1/2 & 1 & 2 \\ 1/2 & 2 & 1 & 1 & 1/2 & 1/2 & 2 & 0 & 2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1 & 1/2 & 1 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1 & 1 & 0 & 1/2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Dywedir bod ymosodiad o fath m yn gryf yn erbyn Pokémon o fath p os yw $E_{pm} > 1$ a bod Pokémon o fath p yn wan yn erbyn ymosodiad o fath m os yw $E_{pm} > 1$, a'i fod yn gwrthsefyll yr ymosodiad os yw $E_{pm} < 1$. Yn ogystal â hwn, os yw math y symudiad y mae Pokémon yn ei ddefnyddio yr un peth ag un o fathau'r Pokémon ei hun, yna mae'n achosi 50% yn fwy o niwed. Er enghraifft, pan fydd *Bulbasaur* yn Nhabl 1 yn defnyddio *Giga Drain*, gan mai *Grass* yw math y symudiad a bod *Bulbasaur* ei hun o fath *Grass*, bydd yn achosi 50% yn fwy o niwed.

Fel y dangosir yn Ffigur 1, pan fydd dau Pokémon yn brwydro yn erbyn ei gilydd, y Pokémon sydd â'r briodwedd Sp fwyaf sy'n mynd yn gyntaf. Yn eu tro, byddant yn dewis un o'u pedwar symudiad, ac yn gostwng pwyntiau iechyd y gelyn. Caiff y niwed a achosir gan Pokémon p_1 i Pokémon p_2 pan fydd yn defnyddio symudiad m ei gyfrifo⁵ gan Hafaliad 2. Yma, mae D_m yn dynodi nerth symudiad m ; mae θ_{p_1m} yn baramedr deuaidd sy'n dynodi a yw Pokémon p_1 yr un fath â symudiad m , ac mae U yn hapnewidyn unffurf rhwng 0.85 ac 1. B yw cymhareb priodweddau At a Df p_1 a p_2 os yw m yn symudiad corfforol, neu gymhareb SA a SD p_1 a p_2 os yw m yn symudiad arbennig.

$$n(p_1, m, p_2) = \left\lfloor \left(\frac{11}{25} D_m B + 2 \right) \left(1 + \frac{1}{2} \theta_{p_1m} \right) E_{p_2m} U \right\rfloor \tag{2}$$

Mewn brwydr rhwng dau Pokémon, maent yn ymosod ar ei gilydd yn eu tro nes i bwyntiau iechyd un ohonynt gyrraedd sero. Mewn brwydr rhwng dau dîm o chwech, unwaith y bydd pwyntiau iechyd un o'r Pokémon yn cyrraedd sero, eilyddir y Pokémon hwnnw am un iach o'i dîm. Y tîm cyntaf i gyrraedd sgôr iechyd o sero ar gyfer pob Pokémon sy'n colli'r frwydr.

⁵https://bulbapedia.bulbagarden.net/wiki/Damage#Damage_calculation

Mae Pokémon eisoes wedi cael ei ddefnyddio fel sail i broblemau mathemategol. Mae rhai wedi canolbwyntio ar y mecanwaith brwydro: yn Kalose et al. (2018), Simoes et al. (2020) a Huang a Lee (2019), defnyddiwyd technegau dysgu atgyfnerthol er mwyn darganfod strategaethau effeithiol o fewn brwydrau Pokémon, h.y. dewis pa symudiad neu pryd i eilyddio Pokémon. Mae'r ddau gyntaf yn modelu'r frwydr trwy efelychu, tra bod y trydydd yn ei fformiwleiddio fel proses benderfynu Markov. Mae eraill wedi ystyried y rhyngweithiad rhwng gwrthwynebwyr trwy theori gemau. Mae'r awduron yn Auger et al. (2015) yn profi ac yn arddangos dull newydd o ganfod ecwilibria Nash, er enghraifft o'r gêm casglu cardiau Pokémon, tra bod Liu a Marshner (2017) yn defnyddio theori gemau er mwyn ceisio addasu'r gemau Pokémon i fod yn fwy cytbwys a theg. Mae'r gêm ffôn symudol *Pokémon GO* hefyd wedi denu sylw mathemategwyr oherwydd ei fecanwaith unigryw. Mae Álvarez-Miranda et al. (2018) yn defnyddio rhaglennu llinol er mwyn canfod y llwybrau gorau er mwyn macsimeiddio nifer y Pokémon y gellir eu dal.

Mae rhaglennu llinol eisoes wedi cael ei ddefnyddio er mwyn dewis timau Pokémon. Yn de Silva Oliveira et al. (2020), defnyddir dulliau hewristig megis algorithmau genetig a memetig er mwyn dewis y tîm cryfaf yn y gêm *Pokémon GO*. Y ffwythiant amcan a ddefnyddiwyd yma yw efelychiad penderfyniaethol bras o frwydr rhwng timau. Nodir bod timau, gwybodaeth Pokémon, a mecanweithiau brwydr yn *Pokémon GO* yn llawer symlach na'r prif gemau fel yr ystyrir yma. Mae Palmer (2018) a Shahir (2021) yn fformiwleiddio problemau rhaglennu llinol er mwyn canfod y timau Pokémon gorau ar gyfer y prif gemau, gyda'r holl fecanweithiau a ddisgrifir uchod. Ond priodweddau'r Pokémon sy'n cael eu hystyried yn y rhain, ac nid eu symudiadau. Mae'r gwaith hwn yn eu hystyried i ystyried symudiadau'r Pokémon hefyd, sy'n cymhlethu'r fformiwleiddiad, ac sydd angen ei fformiwleiddio bellach gan ddefnyddio mwy nag un ffwythiant amcan.

3 Rhaglennu Llinol Amlamcan

Mae rhaglennu mathemategol yn dechneg o fformiwleiddio a datrys problemau macsimeiddio neu finimeiddio lle y mae cyfyngiadau ar y newidynnau. Mewn rhaglennu llinol, mae gan y ffwythiant y ceisir ei optimeiddio, a'r holl gyfyngiadau, ffurf linol. Mae gan broblem macsimeiddio rhaglennu llinol y ffurf ganlynol:

$$\text{macsimeiddio } c\mathbf{x} \tag{3}$$

fel bod

$$A\mathbf{x} \leq b \tag{4}$$

lle bo \mathbf{x} yn fector o newidynnau penderfynu, h.y. newidynnau lle ceisir darganfod ei werthoedd optimaidd. Gelwir Hafaliad 3 yn ffwythiant amcan (*objective function*), y ffwythiant y ceisir ei facsimeiddio, lle bo c yn fector o gyfernodau \mathbf{x} . Gelwir Hafaliad 4 yn gyfyngiadau (*constraints*), lle bo A yn fatrics o gyfernodau \mathbf{x} ar gyfer pob cyfyngiad, b yn fector ochr dde'r cyfyngiadau.

Mae nifer o dechnegau ar gael er mwyn datrys system fel hon (Winston a Goldberg 2004) sy'n defnyddio cysyniadau o algebra llinol, er enghraifft y dull *simplex*. Mae'r dulliau hyn yn cymryd mantais o natur llinol system: mae'r cyfyngiadau llinol yn diffinio rhanbarth amgrwm (*convex*), a bydd yr \mathbf{x} sy'n maximeiddio'r ffwythiant amcan yn gorwedd ar un o fertigau'r rhanbarth hwn.

Mae rhaglennu cyfanrifol yn ymestyn rhaglennu llinol trwy ychwanegu'r cyfyngiad fod yn rhaid i \mathbf{x} fod yn fector o gyfanrifau (Conforti et al. 2014). Mae dulliau ar gael sydd yn gallu gwneud hyn wrth gadw strwythur llinol y broblem, er enghraifft dull canghennu ac arffiniau (*branch and bound*), a dulliau planau torri (*cutting plane methods*). Yn y ddau ddull hwn, ychwanegir cyfyngiadau ychwanegol ar ôl datrys y broblem wreiddiol, er mwyn gorfodi fertig optimaidd y rhanbarth i orwedd ar bwynt cyfanrifol.

Erbyn heddiw, mae datrys problemau fel hyn yn dasgau cyffredin iawn, ac mae llawer o feddalwedd sy'n eu datrys, er enghraifft y llyfrgell PuLP yn Python (Mitchell et al. 2011).

Mewn rhaglennu llinol amlamcan, ceir mwy nag un ffwythiant amcan. Felly, mae gan y broblem y ffurf ganlynol:

$$\text{maximeiddio } F(\mathbf{x}) = [c_1\mathbf{x}, c_2\mathbf{x}, \dots, c_k\mathbf{x}] \quad (5)$$

fel bod

$$A\mathbf{x} \leq b \quad (6)$$

Diffinnir y sèt $\mathcal{X} = \{\mathbf{x} \mid A\mathbf{x} \leq b\}$ fel y gofod penderfynu dichonadwy (*feasible decision space*), a'r sèt $\mathcal{Z} = \{F(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \mathcal{X}\}$ fel y rhanbarth dichonadwy ffwythiant amcan (*feasible objective function space*). Ni ddiffinnir bo d un rhyw ffwythiant amcan $c_i\mathbf{x}$ yn fwy pwysig nag un arall. Mae sèt $\mathcal{X}_{\text{Pareto}} \subseteq \mathcal{X}$ yn bodoli, y sèt optimaidd Pareto (*Pareto optimal set*), fel nad yw'n bosib symud o unrhyw bwynt yn y sèt er mantais un o'r ffwythiannau amcan heb roi o leiaf un ffwythiant amcan arall o dan an fantais. Hynny yw, pa bynnag flaenoriaethau a roddir i'r ffwythiannau amcan, bydd datrysiad y broblem yn elfen o $\mathcal{X}_{\text{Pareto}}$. O ganlyniad, diffinnir y ffrynt Pareto gan $\mathcal{Z}_{\text{Pareto}} = \{F(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \mathcal{X}_{\text{Pareto}}\}$, sy'n gorwedd ar ffin \mathcal{Z} .

Ar gyfer problemau amgrwm, ac felly problemau llinol, gellir canfod y sèt optimaidd Pareto a'r ffrynt Pareto trwy'r dull swmpwysol (Marler a Cora 2010). Mae'r dull yn trawsnewid y broblem amlamcan i broblem sydd ag ond un ffwythiant amcan, trwy symio'r holl ffwythiannau amcan gyda phwysolion gwahanol, fel y gwelir yn Hafaliad 7.

$$\sum_{i=0}^k w_i c_i \mathbf{x} \quad (7)$$

Cynhyrchir y ffrynt Pareto trwy ddatrys y broblem hon ar gyfer pob cyfuniad o bwysolion posibl. Pan fo dau ffwythiant amcan yn unig, gellir symleiddio'r broblem i:

$$w \frac{c_1 \mathbf{x}}{\Psi_1} + (1 - w) \frac{c_2 \mathbf{x}}{\Psi_2} \quad (8)$$

lle bo Ψ_1 yn facsimwm posibl $c_1\mathbf{x}$ a Ψ_2 yn facsimwm posibl $c_2\mathbf{x}$. Mae'r rhain yn normal-eiddio'r ddau ffwythiant amcan fel eu bod ond yn gallu cymryd gwerthoedd rhwng 0 ac 1, a gellir canfod Ψ_1 a Ψ_2 trwy ddatrys y problemau rhaglennu llinol priodol. Yn awr, cynhyrchir y ffrynt Pareto trwy ddatrys y broblem hon ar gyfer pob $w \in [0, 1]$. Pan fo $w = 1$, caiff $c_1\mathbf{x}$ ei facsimeiddio yn unig, a phan fo $w = 0$, caiff $c_2\mathbf{x}$ ei facsimeiddio yn unig, ac mae pob gwerth w rhyngddynt yn dynodi blaenoriaethau gwahanol ar gyfer y ddau ffwythiant amcan.

4 Efelychu Monte Carlo

Mae efelychu Monte Carlo yn ffordd o ddadansoddi ymddygiad hapnewidynnau sydd hwyrach yn anodd eu dadansoddi gan ddefnyddio dulliau manwl gywir, e.e. canlyniad i ddilyniant cymhleth o hapddigwyddiadau (Robinson 2014). Y syniad y tu ôl i efelychu Monte Carlo yw samplu haprifau o ddosraniadau tebygolrwydd priodol er mwyn samplu hapddigwyddiad, a chyfuno'r hapddigwyddiadau mewn ffyrdd priodol er mwyn cyfrifo'r canlyniad, sydd hefyd yn hapnewidyn. Felly, o'r ddeddf niferoedd mawr, trwy redeg yr efelychiad nifer fawr o weithiau, bydd cymedr gwerth yr hapnewidyn hwn yn agosáu at ei wir werth.

Mae samplu haprifau yn gyfrifiadurol yn anodd, felly gellir samplu ffug-haprifau yn lle hynny. Cyfres benderfyniaethol o rifau yw'r rhain sy'n ymddwyn fel haprifau, h.y. mae ganddynt ddosraniad unffurf ac maent yn anodd eu rhagfynegi. Mae nifer o ffyrdd o samplu haprifau, ac mae ieithoedd rhaglennu modern yn defnyddio dulliau soffistigedig, e.e. mae Python yn defnyddio'r dull *Mersenne twister* (Matsumoto a Nishimura 1998).

Defnyddir dull efelychu Monte Carlo yn Adran 5.2 er mwyn efelychu brwydrau Pokémon i werthuso timau yn y sèt optimaidd Pareto a ganfyddir.

5 Dewis Tîm Pokémon

Er mwyn dadansoddi'r gêm *Pokémon Sword and Shield*, cesglir data ar bob Pokémon a symudiad yn y gêm trwy grafu'r wefan www.serebii.net a glanhau'r data â llaw. Yn y gêm, mae 739 Pokémon neu ffurfiau gwahanol o Pokémon, a 568 o symudiadau corfforol ac arbennig posibl. Mae 143 o'r Pokémon yn rhai chwedlonol neu ffug-chwedlonol, ac mae rhai ohonynt yn brin ac yn gryf iawn, felly nid ystyrir y rhain yn y dadansoddiad hwn. Ceir 308 Pokémon sydd heb esblygu'n llawn felly gwyddys eu bod yn wannach nag o leiaf un Pokémon cyfatebol, ac, o'r herwydd, nid oes angen ystyried y rhain ychwaith. Mae gan 9 Pokémon a 27 symudiad fecanweithiau chwarae cymhleth sy'n anodd eu dadansoddi, felly nid ystyrir y rhain. O ganlyniad, ystyrir 301 Pokémon a 325 symudiad dilys yn y dadansoddiad hwn.

Mae'r broblem o ddewis tîm yn un cyfuniadol; mae angen dewis chwech Pokémon allan o'r 301, ac, ar gyfer pob un ohonynt, mae angen dewis 4 symudiad allan o'r 325. Mae hwn yn golygu bod ${}_{301}C_6 \times 4 \times {}_{325}C_4 \approx 1.79 \times 10^{21}$ dewis posibl, lle bo ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$, er bod nifer o'r rhain yn ddewisiadau annilys oherwydd ni all pob Pokémon ddysgu pob symudiad. Gall dewis y tîm gorau o'r rhain fod yn broblem oddrychol, yn dibynnu ar

ba dactegau yr hoffech eu defnyddio. Er symlrwydd, yma diffinnir tîm optimaidd yn wrthrychol fel tîm a chanddo'r nodweddion canlynol:

- y cyfanswm mwyaf o briodweddau
- y symudiadau sydd â'r cyfanswm mwyaf o niwed disgwylidig
- yn cynnwys o leiaf dau ymosodwr arbennig ac o leiaf dau ymosodwr corfforol
- yn cynnwys Pokémon sydd yn gwrthsefyll ymosodiad o bob math
- yn cynnwys symudiad sydd yn gryf yn erbyn pob math o Pokémon, wedi'i ddysgu gan Pokémon nad yw'n wan i'r math hwnnw o symudiad.

Canfyddir timau sy'n bodloni'r rhain yn Adran 5.1. Er mwyn gwahaniaethu rhwng y timau optimaidd hyn, fe'u cymherir ag efelychiad Monte Carlo o frwydr yn Adran 5.2.

5.1 Fformiwleiddio Problem Rhaglennu Llinol Amlamcan

Gadewch i \mathcal{P} fod y sèt o'r holl Pokémon sydd ar gael o fewn y gêm, a gadewch i \mathcal{M} fod y sèt o'r holl symudiadau sydd ar gael o fewn y gêm. Yna, diffinnir y ddau ffwythiant amcan gan hafaliadau 9 ac 10, lle bo T_p yn gyfanswm priodweddau Pokémon $p \in \mathcal{P}$ (minws y briodwedd AK os yw'n ymosodwr arbennig, minws y briodwedd SA os yw'n ymosodwr corfforol, gan nad yw'r rhain yn ddefnyddiol yn yr achosion hyn), D_m ac A_m yw pŵer a chywirdeb symudiad $m \in \mathcal{M}$, ac mae θ_{pm} yn dynodi a yw symudiad m o'r un math â Pokémon p .

$$f_1 = \sum_{p \in \mathcal{P}} T_p X_p \quad (9)$$

$$f_2 = \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{m \in \mathcal{M}} \left(1 + \frac{1}{2} \theta_{pm}\right) D_m A_m Y_{pm} \quad (10)$$

Mae hafaliad 9 yn cynrychioli macsimeiddio cyfanswm priodweddau'r tîm. Mae hafaliad 10 yn cynrychioli macsimeiddio cyfanswm niwed disgwylidig symudiadau'r tîm.

Nawr gadewch i L_{pm} fod yn baramedr deuaidd sy'n dynodi a all Pokémon p ddysgu symudiad m ; gadewch i Z_p ac Φ_p fod yn baramedrau deuaidd sy'n dynodi a yw Pokémon p yn ymosodwr arbennig neu gorfforol, yn ôl eu trefn; gadewch i S_m ac F_m fod yn baramedrau deuaidd sy'n dynodi a yw symudiad m yn arbennig neu'n gorfforol, yn ôl eu trefn. Hefyd gadewch i \mathcal{T} ddynodi'r sèt o 18 math; gadewch i W_{pt} fod yn baramedr deuaidd sy'n dynodi a yw Pokémon p yn wan yn erbyn ymosodiad o fath t ; gadewch i C_{mt} fod yn baramedr deuaidd sy'n dynodi a yw symudiad m yn gryf yn erbyn Pokémon o fath t ; a gadewch i R_{pt} fod yn baramedr deuaidd sy'n dynodi a yw Pokémon p yn gwrthsefyll ymosodiad o fath t .

Y fformiwleiddiad rhaglennu llinol amlamcan ar gyfer optimeiddio tîm Pokémon yw:

$$\text{maxsimeiddio } w \frac{f_1}{\Psi_1} + (1 - w) \frac{f_2}{\Psi_2} \quad (11)$$

fel bod

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} X_p = 6 \quad (12)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} Y_{pm} = 4X_p \quad \forall p \in \mathcal{P} \quad (13)$$

$$Y_{pm} \leq L_{pm} \quad \forall p \in \mathcal{P}, \forall m \in \mathcal{M} \quad (14)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} Z_p X_p \geq 2 \quad (15)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \Phi_p X_p \geq 2 \quad (16)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} (1 - Z_p) S_m Y_{pm} = 0 \quad \forall p \in \mathcal{P} \quad (17)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} (1 - \Phi_p) F_m Y_{pm} = 0 \quad \forall p \in \mathcal{P} \quad (18)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} R_{pt} X_p m \geq 1 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (19)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{m \in \mathcal{M}} (1 - W_{pt}) C_{mt} Y_{pm} \geq 1 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (20)$$

lle bo w yn bwysolyn sy'n dynodi pwysigrwydd f_1 dros f_2 , Ψ_1 yn facsimwm f_1 pan fo $w = 1$ (h.y. pan anwybyddwn f_2), ac Ψ_2 yn facsimwm f_2 pan fo $w = 0$ (h.y. pan anwybyddwn f_1).

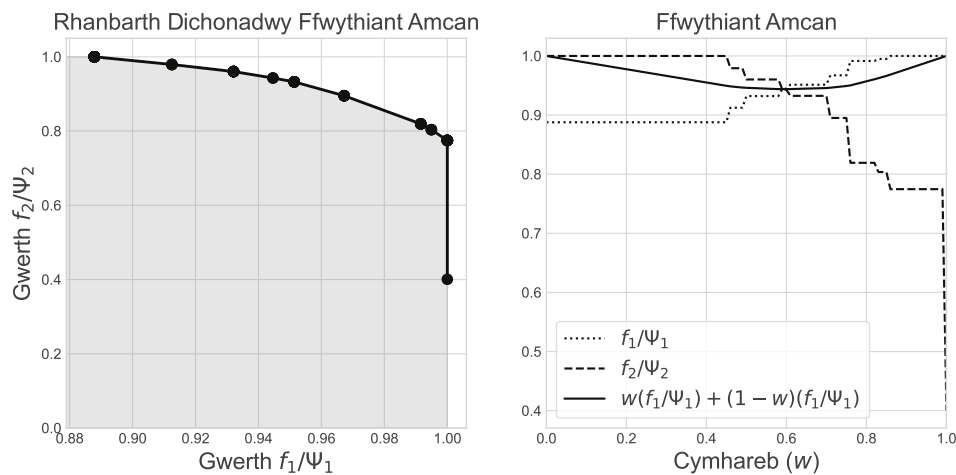
Yma, mae'r cyfyngiadau yn sicrhau bod y tîm yn ddilys ac yn gytbwys. Mae hafaliad 12 yn sicrhau bod chwech Pokémon yn unig yn cael eu dewis. Mae hafaliad 13 yn sicrhau bod pob un o'r chwech Pokémon a ddewiswyd yn dysgu pedwar symudiad, tra bod anhafaledd 14 yn sicrhau bod Pokémon ond yn dysgu symudiadau y maent yn gallu eu dysgu. Mae anhafaleddau 15 ac 16 yn sicrhau bod o leiaf dau ymosodwr arbennig ac o leiaf dau ymosodwr corfforol ar y tîm, tra bod hafaliadau 17 ac 18 yn sicrhau nad yw ymosodwyr arbennig yn dysgu symudiadau corfforol, ac nad yw ymosodwyr corfforol yn dysgu symudiadau arbennig. Mae anhafaledd 19 yn sicrhau bod o leiaf un Pokémon ar y tîm sydd yn medru gwrthsefyll ymosodiad o unrhyw fath. Yn olaf, mae anhafaledd 20 yn sicrhau, ar gyfer pob math, fod y tîm yn cynnwys o leiaf un Pokémon nad yw'n wan yn erbyn ymosodiad o'r math hwnnw, ac sydd wedi dysgu ymosodiad sy'n gryf yn erbyn Pokémon o'r math hwnnw.

Defnyddir y llyfrgell PuLP yn Python er mwyn datrys y broblem hon. Mae'n gweithio trwy ryngwynebu â'r datryswr cod agored CBC (Forrest et al. 2018). Ar gyfer problem o'r maint hwn, mae'r datryswr yn cymryd cryn dipyn o amser a chof cyfrifiadurol. Trwy arsylwi'r broblem, mae'n bosibl ei datrys yn fwy effeithlon, e.e., trwy gael gwared ar

nifer o'r newidynnau Y amhosibl, hynny yw, yn hytrach na gwirio cyfyngiad 14, gellir ond diffinio'r Y posibl. Trwy'r symleiddiad hwn, mae datrys y broblem ar gyfer un gymhareb w benodol yn cymryd tua dwy funud.

5.2 Gwerthuso Datrysiadau Optimaidd Pareto gydag Efelychu Monte Carlo

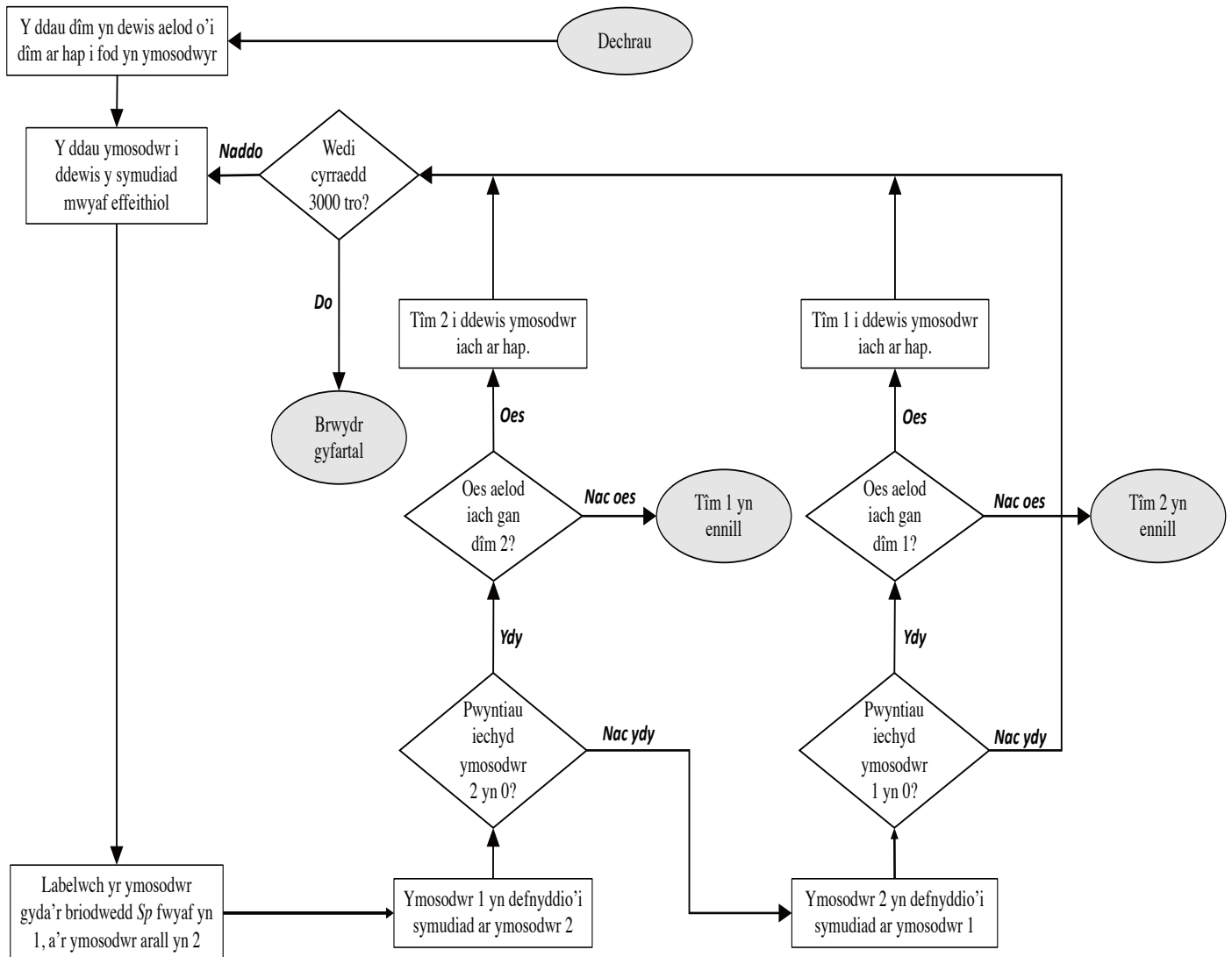
Fel y trafodwyd yn Adran 3, darganfyddir y ffyrnt Pareto trwy ddatrys y broblem rhaglennu llinol o Adran 5 ar gyfer pob gwerth o'r pwysolyn $w \in [0, 1]$. Rhedir y model ar gyfer pob w rhwng 0 ac 1 mewn camau o 0.01. Mae Ffigur 2 yn dangos rhanbarth dichonadwy ffwythiant amcan y broblem. Mae'r gofod amcan yn dangos y ffyrnt Pareto a ganfuwyd. Mae'r pwyntiau du yn dangos y gwir ddatrysiadau a ganfuwyd ar y ffyrnt Pareto, mae'r gromlin ddu yn frasamcan o'r ffyrnt Pareto llawn, ac mae'r rhanbarth llwyd yn frasamcan o'r rhanbarth dichonadwy ffwythiant amcan.



Ffigur 2: Y ffyrnt Pareto ar gyfer problem Pokémon.

Yn ôl ei ddiffiniad, mae pob datrysiad optimaidd Pareto yr un mor optimaidd â'i gilydd, oherwydd ni phenderfynir eto bwysigrwydd y ddau ffwythiant amcan. Mae'r datrysiad pan fo $w = 1$ yn cynrychioli optimeiddio f_1 yn unig, hynny yw, dewis tîm o chwech Pokémon sy'n mocsimeiddio'u priodweddau, tra bod y datrysiad lle bo $w = 0$ yn cynrychioli optimeiddio f_2 yn unig, hynny yw dewis tîm o chwech Pokémon sy'n mocsimeiddio cyfanswm niwed eu symudiadau. Mae'r datrysiadau optimaidd Pareto eraill yn cynrychioli gwahanol raddau o flaenoriaethu un ffwythiant amcan dros y llall. Er mwyn darganfod pa lefel o flaenoriaethu sydd orau, gellir cymharu'r datrysiadau optimaidd Pareto â ffwythiant amcan arall.

Y dull a ddefnyddir yma i gymharu'r datrysiadau yw defnyddio efelychu Monte Carlo er mwyn brasamcanu'r tebygolrwydd o guro tîm a gynhrychir ar hap. Yma, y dilyniant o hapddigwyddiadau sydd i'w hefelychu yw brwydr rhwng y ddau dîm, a'r canlyniad i'w gofnodi yw os oedd y tîm yn fuddugol ai peidio. Mae Ffigur 3 yn dangos camau rhesymegol yr efelychiad o frwydr Pokémon.

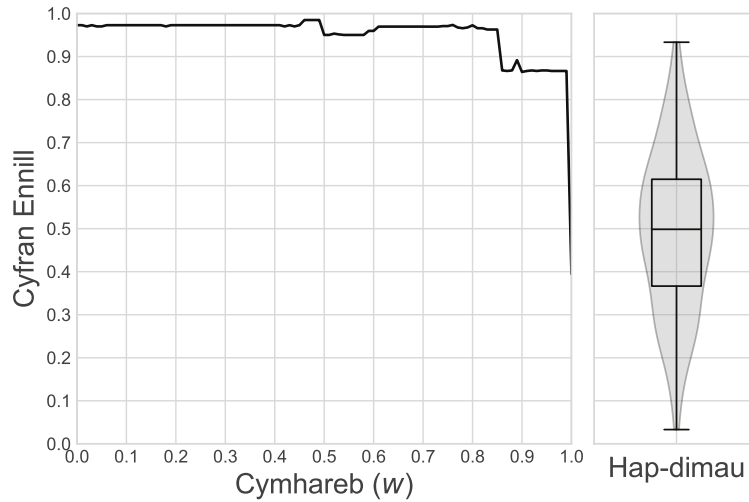


Ffigur 3: Siart llif o resymeg yr efelychiad. Mae'n symleiddiad o Ffigur 1, lle y dewisir ymosodwyr ar hap a dewisir ymosodiadau yn ôl y niwed y disgwylir iddynt ei achosi.

Er mwyn brasamcanu'r tebygolrwydd o guro tîm a gynhyrchir ar hap, cynhyrchir sampl o 1000 o hap-dimau, a rhoddir pob un ohonynt mewn 10 brwydr yr un. Cofnodir y gyfran o'r brwydrau lle y maent yn fuddugol.

Mae Ffigur 4 yn dangos canlyniadau'r efelychiad ar gyfer pob tîm optimaidd Pareto. Er cymhariaeth, mae'r plot blwch yn dangos cyfran o frwydrau a enillir gan 100 hap-dîm,

a gwelir bod y rhan fwyaf o'r timau optimaidd Pareto yn perfformio'n well nag unrhyw un o'r rhain. Y tîm optimaidd Pareto sy'n perfformio orau yn yr efelychiadau yw'r tîm a ganfyddir pan fo $w = 0.47$, ac fe'i dangosir yn Nhabl 2. Y gyfran ennill gymedrig ar gyfer yr hap-dimau yw 0.4947 (mae hwn yn llai na 0.5 gan fod siawns i'r naill dîm neu'r llall ennill, hynny yw sgôr cyfartal, os nad oes enillydd ar ôl 3000 o droeon), a'r gyfran ennill ar gyfer y tîm optimaidd yw 0.9849, felly mae'r broses optimeiddio hon bron wedi dyblu'r tebygolrwydd o ennill yn erbyn hap-dîm, ac mae nawr bron yn sicr o ennill.



Ffigur 4: Cyfran y brwydrau efelychiedig a enillir gan bob tîm optimaidd Pareto. Mae'r plot blwch yn dangos cyfran y brwydrau a enillir gan 100 hap-dîm.

Tabl 2: Y tîm optimaidd Pareto sy'n perfformio orau yn yr efelychiadau.

Pokémon		Symudiadau								
Venusaur (Grass, Poison)	HP: 80 Ak: 82 Df: 83	SA: 100 SD: 100 Sp: 80	Frenzy Plant (Grass)	Ar P: 150 A: 90%	Leaf Storm (Grass)	Ar P: 130 A: 90%	Petal Dance (Grass)	Ar P: 120 A: 100%	Solar Beam (Grass)	Ar P: 120 A: 100%
Blastoise (Water)	HP: 79 Ak: 83 Df: 100	SA: 85 SD: 105 Sp: 78	Hydro Cannon (Water)	Ar P: 150 A: 90%	Hyper Beam (Normal)	Ar P: 150 A: 90%	Surf (Water)	Ar P: 90 A: 100%	Water Spout (Water)	Ar P: 150 A: 100%
Aggron (Steel, Rock)	HP: 70 Ak: 110 Df: 180	SA: 60 SD: 60 Sp: 50	Earthquake (Ground)	Ff P: 100 A: 100%	Head Smash (Rock)	Ff P: 150 A: 80%	Outrage (Dragon)	Ff P: 120 A: 100%	Steel Roller (Steel)	Ff P: 130 A: 100%
Scrafty (Dark, Fighting)	HP: 65 Ak: 90 Df: 115	SA: 45 SD: 115 Sp: 58	Close Combat (Fighting)	Ff P: 120 A: 100%	Focus Punch (Fighting)	Ff P: 150 A: 100%	Foul Play (Dark)	Ff P: 95 A: 100%	High Jump Kick (Fighting)	Ff P: 130 A: 90%
Braviary (Normal, Flying)	HP: 100 Ak: 123 Df: 75	SA: 57 SD: 75 Sp: 80	Brave Bird (Flying)	Ff P: 120 A: 100%	Giga Impact (Normal)	Ff P: 150 A: 90%	Sky Attack (Flying)	Ff P: 140 A: 90%	Thrash (Normal)	Ff P: 120 A: 100%
Bewear (Normal, Fighting)	HP: 120 Ak: 125 Df: 80	SA: 55 SD: 60 Sp: 60	Close Combat (Fighting)	Ff P: 120 A: 100%	Double-Edge (Normal)	Ff P: 120 A: 100%	Giga Impact (Normal)	Ff P: 150 A: 90%	Thrash (Normal)	Ff P: 120 A: 100%

Mae holl god a data'r gwaith hwn ar gael ar-lein yma: <https://github.com/geraintpalmer/optimeiddio-timau-pokemon>.

6 Trafodaeth

Fel y soniwyd yn adran 5, mae diffinio'r tîm Pokémon gorau yn broblem oddrychol, a rhan o'r gwaith hwn oedd ei fformiwleiddio'n broblem wrthrychol. Gwnaed rhai penderfyniadau hwyrach nad oeddent yn ddelfrydol, er enghraifft wrth ddiffinio f_1 yn hafaliad 9, tybiwyd mai'r tîm sydd â'r cyfanswm mwyaf o briodweddau yw'r tîm gorau, heb ystyried gwasgariad y priodweddau hynny. Dewis mympwyol arall oedd bod angen o leiaf dau ymosodwr ffisegol a dau ymosodwr arbennig ar y tîm. Gwnaed hynny er mwyn sicrhau cymysgedd o ymosodwyr gwahanol er mwyn gallu ymosod ar Pokémon a chanddynt briodweddau Df neu SD mawr, ond wrth gwrs, efallai fod un ymosodwr arbennig yn ddigonol, er enghraifft.

Ffordd o oresgyn hyn oedd defnyddio efelychiad. Serch hynny, mae mecanwaith y gemau Pokémon mor gymhleth, ac mae cynifer o strategaethau gwahanol y gellir eu dilyn mewn brwydr, sy'n golygu bod yr efelychiad Monte Carlo hwn yn llawer rhy syml. Er enghraifft, yn yr efelychiad hwn, bydd Pokémon ond yn cael eu heilyddio pan fydd pwyntiau iechyd un yn cyrraedd sero, ond, mewn gwirionedd, gellir eilyddio Pokémon ar unrhyw adeg er mwyn dewis yr un gorau ar gyfer y gelyn ar y pryd. Ac wrth gwrs, fel y nodwyd ar ddechrau Adran 5, cafodd nifer o Pokémon a symudiadau eu hepgor o'r dadansoddiad gan fod eu mecanweithiau'n rhy gymhleth, heb sôn am ffactorau eraill megis eitemau a doniau unigryw Pokémon penodol. Hefyd, mae gan nifer fawr o'r symudiadau a ddewiswyd sgil-efeithiau na chawsant eu modelu, e.e., mae *Hyper Beam* yn cymryd dau dro yn lle un, mae *Double-Edge* hefyd yn achosi niwed i'r defnyddiwr, ac mae *Close Combat* yn lleihau gwerth priodweddau'r defnyddiwr.

Serch hynny, mae'r tîm buddugol yn Nhabl 2 yn edrych yn gryf. Er, mewn gwirionedd, mae'n annhebygol y bydd chwaraewr yn dysgu dau symudiad o'r un math i un Pokémon. Gallwn ddod dros hyn trwy ychwanegu'r cyfyngiadau canlynol i'r fformwleiddiad, lle bo G_{mt} yn baramedr deuaidd sy'n dynodi a yw symudiad m o fath t :

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} G_{mt} Y_{pm} \leq 1 \quad \forall t \in T, p \in \mathcal{P} \quad (21)$$

Pan ychwanegir hwn, ceir y canlyniadau a ddangosir yn Nhabl 3.

Tabl 3: Y tîm optimaidd Pareto sy'n perfformio orau yn yr efelychiadau, pan ychwanegir cyfyngiad 21.

Pokémon			Symudiadau							
Blaziken (Fire, Fighting)	HP: 80 Ak: 120 Df: 70	SA: 110 SD: 70 Sp: 80	<i>Brave Bird</i> (Flying)	Ff P: 120 A: 100%	<i>Flare Blitz</i> (Fire)	Ff P: 120 A: 100%	<i>Focus Punch</i> (Fighting)	Ff P: 150 A: 100%	<i>Giga Impact</i> (Normal)	Ff P: 150 A: 90%
Aggron (Steel, Rock)	HP: 70 Ak: 110 Df: 180	SA: 60 SD: 60 Sp: 50	<i>Focus Punch</i> (Fighting)	Ff P: 150 A: 100%	<i>Giga Impact</i> (Normal)	Ff P: 150 A: 90%	<i>Head Smash</i> (Rock)	Ff P: 150 A: 80%	<i>Steel Roller</i> (Steel)	Ff P: 130 A: 100%
Altaria (Dragon, Flying)	HP: 75 Ak: 70 Df: 90	SA: 70 SD: 105 Sp: 80	<i>Hyper Beam</i> (Normal)	Ar P: 150 A: 90%	<i>Outrage</i> (Dragon)	Ff P: 120 A: 100%	<i>Sky Attack</i> (Flying)	Ff P: 140 A: 90%	<i>Solar Beam</i> (Grass)	Ar P: 120 A: 100%
Rhyperior (Ground, Rock)	HP: 115 Ak: 140 Df: 130	SA: 55 SD: 55 Sp: 40	<i>Earthquake</i> (Ground)	Ff P: 100 A: 100%	<i>Focus Punch</i> (Fighting)	Ff P: 150 A: 100%	<i>Giga Impact</i> (Normal)	Ff P: 150 A: 90%	<i>Rock Wrecker</i> (Rock)	Ff P: 150 A: 90%
Scrafty (Dark, Fighting)	HP: 65 Ak: 90 Df: 115	SA: 45 SD: 115 Sp: 58	<i>Focus Punch</i> (Fighting)	Ff P: 150 A: 100%	<i>Foul Play</i> (Dark)	Ff P: 95 A: 100%	<i>Giga Impact</i> (Normal)	Ff P: 150 A: 90%	<i>Outrage</i> (Dragon)	Ff P: 120 A: 100%
Turtonator (Fire, Dragon)	HP: 60 Ak: 78 Df: 135	SA: 91 SD: 85 Sp: 36	<i>Draco Meteor</i> (Dragon)	Ar P: 130 A: 90%	<i>Hyper Beam</i> (Normal)	Ar P: 150 A: 90%	<i>Shell Trap</i> (Fire)	Ar P: 150 A: 100%	<i>Solar Beam</i> (Grass)	Ar P: 120 A: 100%

Mae nifer o dechnegau ymchwil weithredol eraill y gellir eu defnyddio wrth ystyried y broblem o ddewis a chael y timau Pokémon i frwydro yn erbyn ei gilydd. Os oes ffwythiannau amcan neu gyfyngiadau aflinol, e.e., os ystyrir gwasgariad y priodweddau, yna ni ellir defnyddio rhaglennu llinol mwyach. Mae dulliau hewristig (Gendreau a Potvin 2010) yn deulu o algorithmau sy'n chwilio'r gofod penderfynu yn gall ar gyfer datrysiad sy'n maximeiddio'r ffwythiant amcan, heb dybio llinoledd (*linearity*) nag amgrymedd (*convexity*). Felly, fel yn Adran 5.2, gall y ffwythiant amcan fod yn efelychiad cymhleth. Ni fyddant yn canfod y gwir facsimwm yn ddi-ffael pob tro, ond maent yn gallu canfod dyfaliadau ardderchog.

Ar gyfer datrys y broblem hon, ceisir dewis y tîm sy'n perfformio orau o'r holl dimoedd posibl, h.y., unrhyw hap-dîm. Mewn brwydrau Pokémon cystadleuol, nid hyn sy'n digwydd, ond yn hytrach brwydrir yn erbyn chwaraewyr eraill sydd hefyd wedi optimeiddio'u timau. Er enghraifft, gall model rhaglennu llinol arall ganfod tîm sydd â'r unig nod o guro'r tîm yn Nhabl 2. Mae theori gemau (Maschler et al. 2013) yn faes mathemategol lle y mae un chwaraewr yn optimeiddio strategaethau yn erbyn chwaraewyr eraill, sydd hefyd yn optimeiddio yn erbyn y chwaraewr hwnnw. Hynny yw, mae pawb yn optimeiddio yn erbyn ei gilydd, o dan y dybiaeth fod pawb yn optimeiddio yn erbyn ei gilydd. Felly gall technegau theori gemau roi canlyniadau gwell wrth frwydro'n gystadleuol.

Mae technegau eraill yn gallu canfod strategaethau o fewn y frwydr hefyd. Mae prosesau penderfynu Markov (Sutton a Barto 2018) yn modelu system ddynamig fel set o benderfyniadau, gwobrau, cyflyrau, a throsglwyddiadau stocastig rhwng y cyflyrau. Efallai ei bod yn bosib modelu brwydr Pokémon yn y modd hwn, gan ddefnyddio technegau fel rhaglennu dynamig a dysgu atgyfnerthol er mwyn canfod y strategaeth orau, h.y., mapiad o'r cyflyrau i'r penderfyniadau gorau. Felly gwelir bod ystod eang o dechnegau ymchwil weithredol yn addas ar gyfer agweddau gwahanol ar y gêm hon.

Er yr eir ati i ddatrys y broblem benodol hon am hwyl er mwyn cyflwyno'r technegau a ddefnyddir, mae'n broblem a chanddi briodweddau cyfuniadol a stocastig sy'n nodweddiadol o'r math o broblemau a gaiff eu datrys gan dechnegau ymchwil gweithrediadol. Mae problemau tebyg a ddatrysir o ddifrif gan ddefnyddio rhaglennu llinol amlamcan yn cynnwys amserlenni llawdriniaethau mewn ysbytai (Khalfalli et al. 2019), canfod y llwybrau mwyaf gwyrdd ar gyfer cerbydau (Molina et al. 2014), cylchfaeo (zoning) defnydd o dir trefol (Oléron-Evans a Salhab 2021), ac amserlenni sifftiau gwaith nyrsys (Berrada et al. 1996). Felly mae gan y technegau hyn, a'r teulu ehangach o dechnegau ymchwil gweithrediadol, ddefnyddiau a goblygiadau pwysig mewn nifer o feysydd yn y byd rheolaeth.

Llyfryddiaeth

- Álvarez-Miranda, E., Luipersbeck, M., a Sinnl, M. (2018), 'Gotta (efficiently) catch them all: Pokémon GO meets Orienteering Problems', *European Journal of Operational Research*, 265(2), 779–94.
- Auger, D., et al. (2015), 'Sparse binary zero-sum games', *Asian Conference on Machine Learning*, 173–88.
- Berrada, I., Ferland, J. A., a Michelon, P. (1996), 'A multi-objective approach to nurse operations management: A review of the literature and roadmap for future research', *International Journal of Disaster Risk Reduction*, 65, 102539.
- Conforti, M., Cornéjols, G., a zambelli, G. (2014), *Ineger programming* (South Carolina, USA: Springer), <<https://link.springer.com/book/10.1007.978-3-319.11008-0>> [Cyrchwyd: 30 Tachwedd 2022]
- de Silva Oliveira, S., et al. (2020), *2020 19th Brazilian Symposium on Computer Games and Digital Entertainment (SBGames)*, tt. 163–70.
- Forrest, J. et al (2018), *coin-or/Cbc: Version 2.9.9*, <<https://zenodo.org/record/1317566>> [Cyrchwyd: 2 Rhagfyr 2021]
- Genedreau, M., a Potvin, J. (2010), *Handbook of Metaheuristics*, 2il argraffiad (South Carolina, USA: Springer).
- Heidari, M. D., et al. (2021), 'Operations research for environmental assessment of crop-livestock production systems', *Agricultural Systems*, 193, 103208.
- Huang, D., a Lee, S. (2019), 'A self-play policy optimization approach to battling Pokémon', *2019 IEEE Conference on Games (CoG)*, 1–4.
- Kalose, A., Kaya, K., a Kim, A. (2018) *Optimal battle strategy in Pokémon using reinforcement learning* <<https://web.stanford.edu/class/aa228/reports/2018/final151.pdf>> [Cyrchwyd: 11 Rhagfyr 2021]
- Khalfalli, M., Abdelaziz, F. B., a Kamoun, H. (2019), 'Multi-objective surgery scheduling integrating surgeon constraints', *Management Decision*, 57(2), 445–60.
- Kirby, M. W., a Capey, R. (1998), 'The origins and diffusion of operational research in the UK', *Journal of the Operational Research Society*, 49(4), 307–26.
- Liu, A. J., a Marschner, S. (2017), 'A self-play policy optimization approach to battling Pokémon', *Thirteenth Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment Conference*, 57–65.
- Marler, R. T., ac Arora, J. S. (2010), 'The weighted sum method for multi-objective optimization: new insights', *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41(5), 853–62.
- Maschler, M., Zamir, S., a Solan, E. (2013), *Game theory* (Cambridge: Cambridge University Press).
- Matsumoto, M., a Nishimura, T. (1998), 'Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator', *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation (TOMACS)*, 8(1), 3–30.

- Mitchell, S., O'Sullivan, M., a Dunning, I. (2011), *PuLP: a linear programming toolkit for Python* (Auckland, New Zealand: The University of Auckland).
- Molina, J. C. et al. (2014), 'Multi-objective vehicle routing problem with cost and emission functions', *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 160, 254–63.
- Oléron-Evans, T. P., a Salhab, M. (2021), 'Optimal land use allocation for the Heathrow opportunity area using multi-objective linear programming', *Land Use Policy*, 105 (105353).
- Palmer, G. I. (2018), 'Dewis y tîm Pokémon perffaith gyda Python a PuLP', <<https://www.geraintianpalmer.org.uk/2018/05/29/tim-pokemon-pulp>> [Cyrchwyd: 11 Rhagfyr 2021]
- Robinson, S. (2014), *Simulation: the practice of model development and use* (London: Bloomsbury Publishing).
- Shahir, J. (2021) *Determining the optimal Pokémon team for Pokémon Brilliant Diamond and Shining Pearl with PuLP*, <<https://towardsdatascience.com/determining-the-optimal-pokemon-team-for-pokemon-brilliant-diamond-and-shining-pearl-with-pulp-d589ae9b2e68>> [Cyrchwyd: 11 Rhagfyr 2021]
- Shone, R., Glazebrook, K., a Zografos, K. G. (2021), 'Applications of stochastic modeling in air traffic management: Methods, challenges and opportunities for solving air traffic problems under uncertainty', *European Journal of Operational Research*, 292(1), 1–26.
- Simoës, D., et al. (2020), 'Competitive deep reinforcement learning over a Pokémon battling simulator', *2020 IEEE International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions (ICARSC)*, 40–5.
- Sutton, R., a Barto, A. G. (2018), *Reinforcement learning: An introduction* (London: MIT Press).
- Thomas, W. (2007), 'The heuristics of war: scientific method and the founders of operations research', *The British Journal for the History of Science*, 40(2), 251–74.
- Williams, E., Gartner, D., a Harper, P. (2021), 'A survey of OR/MS models on care planning for frail and elderly patients', *Operations Research for Health Care*, 31, 100325.
- Winston, W. L., a Goldberg, J. B. (2004), *Operations research: applications and algorithms*, 4ydd argraffiad (Belmont: Thomson Brooks/Cole).